Rechnerstrukturen im SS2008
Verbindungsstrukturen

Oliver Mattes
mattes@ira.uka.de

Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität • gegründet 1825

Institut für Technische Informatik
Lehrstuhl für Rechnerarchitektur

19. Juni 2008

Überblick

Parallelismus – Quantitative Maßzahlen

- Aufgabe 1.1 - Korrektur

Verbindungsstrukturen

- Statische Verbindungsstrukturen
  Aufgabe 2.1
- Dynamische Verbindungsstrukturen
  Aufgabe 2.2

Verständnisfragen

- Aufgabe 4

Aufgabe 1.1

Gegeben sei ein Multiprozessorsystem mit 16 Prozessoren. Die Leistungssteigerung gegenüber einem Einprozessorsystem sei $S(16) = 8$. Die Ausführungszeit auf dem Einprozessorsystem sei $T(1) = 80$ und die Anzahl der auszuführenden Einheitsoperationen auf dem Multiprozessorsystem sei $P(16) = 16$.

- Berechnen Sie die Effizienz $E(16)$, die parallele Ausführungszeit $T(16)$ und den Parallelindex $I(16)$.

Aufgabe 1.1 (forts.)

Mehraufwand für die Parallelisierung

$$R(n) = \frac{P(n)}{P(1)}$$

$$1 \leq R(n)$$

Anzahl der auszuführenden Operationen eines parallelen Programms größer als die des vergleichbaren sequentiellen Programms.

Parallelindex

$$I(n) = \frac{P(n)}{T(n)}$$

$$1 \leq S(n) \leq I(n) \leq n$$

Anzahl er parallelen Operationen pro Zeiteinheit. Obere Schranke für die Leistungssteigerung.

Aufgabe 1.1 (forts.)

- Berechnen Sie die Effizienz $E(16)$, die parallele Ausführungszeit $T(16)$ und den Parallelindex $I(16)$.

$$E(n) = \frac{S(n)}{n} \quad \Rightarrow \quad E(16) = \frac{S(16)}{16} = \frac{8}{16} = 0,5$$

$$S(n) = \frac{T(1)}{T(n)} \quad \Rightarrow \quad T(16) = \frac{T(1)}{S(16)} = \frac{80}{8} = 10$$

$$I(16) = \frac{P(n)}{T(n)} \quad \Rightarrow \quad I(16) = \frac{P(16)}{T(16)} = \frac{16}{10} = 1,6$$

Aufgabe 1.1 (forts.)

Korrektur der Aufgabe:

Die eben ausgerechneten Werten widersprechen aber der Formel

$$1 \leq S(n) \leq I(n) \leq n$$

da $\quad 1 \leq 8 \not\leq 1,6 \leq 16$

Aufgabe 1.1 (forts.)

Korrektur der Aufgabe:

Die eben ausgerechneten Werten widersprechen aber der Formel

$$1 \leq S(n) \leq I(n) \leq n$$

da $$1 \leq 8 \not\leq 1,6 \leq 16$$

In der Aufgabenstellung dieser Teilaufgabe wurde fälschlicherweise für $P(16)$ ein äußerst unrealistischer Wert gewählt.

Hier hätte $P(n)$ größer als $P(1)$ sein sollen, da bei parallelen Programmen immer ein gewisser Kommunikations- und Synchronisationsaufwand vorhanden ist ($1 \leq R(n) = \frac{P(n)}{P(1)}$).

Wie wir wissen gilt $P(1) = T(1)$ mit laut Aufgabenstellung $T(1) = 80$. Somit wäre $P'(16) = 100$ oder $P'(16) = 120$ ein besserer Wert gewesen.

Aufgabe 1.1 (forts.)

Korrektur der Aufgabe:

Mit $P'(16) = 100$ ergibt sich:

$$I'(16) = \frac{P'(16)}{T(16)} = \frac{100}{10} = 10$$

und somit wird die Gleichung erfüllt:

$$\begin{aligned} 1 \leq S(n) &\leq I'(n) \leq n \\ 1 \leq 8 \qquad &\leq 10 \quad \leq 16 \end{aligned}$$

Charakterisierung von Verbindungsnetzen

Beurteilungskriterien:

- **Verbindungsgrad**: Anzahl der Kanten von einem Knoten zu anderen Knoten
- **Durchmesser**: maximale Distanz zwischen zwei Knoten
- **Blockierung** $\rightarrow$ blockierungsfrei?
- **Erweiterbarkeit** um zusätzliche Knoten
- **Skalierbarkeit** des Verbindungsnetzes: Vergrößerung möglich ohne die wesentlichen Eigenschaften zu verlieren
- **Ausfalltoleranz** (Redundanz)
  - minimale Bisektionsbreite
  - Diskonnektivität
- **Bandbreite**
- **Latenz**
- Komplexität der Pfadberechnung / Wegfindung
- ...

Charakterisierung (forts.)

Minimale Bisektionsbreite:

Schneidet man einen Graphen in zwei gleich große in sich zusammenhängende Teile und betrachtet die Menge der Kanten, die diesen Schnitt kreuzen, so bezeichnet man die Kardinalität der kleinsten Kantenmenge – über alle möglichen Schnitte – als minimale Bisektionsbreite.

Charakterisierung (forts.)

Minimale Bisektionsbreite:

Schneidet man einen Graphen in zwei gleich große in sich zusammenhängende Teile und betrachtet die Menge der Kanten, die diesen Schnitt kreuzen, so bezeichnet man die Kardinalität der kleinsten Kantenmenge – über alle möglichen Schnitte – als minimale Bisektionsbreite.

Diskonnektivität:

$$\text{Diskonnektivität} = \#\,\text{Knoten} \;/\; \text{min. Bisektionsbreite}$$

Kosteneffektivität:

$$\text{Kosteneffektivität} = \text{Verbindungsgrad} * \max(\text{Durchmesser}, \text{Diskonnektivität})$$

Charakterisierung (forts.)

Übertragungsbandbreite / Durchsatz:

Die maximale Übertragungsleistung des Verbindungsnetztes oder einzelner Verbindungen. Meist theoretisch errechnet.

Bisektionsbandbreite:

Maximale Datenmenge, die das Netzwerk über die Bisektionslinie, die das Netzwerk in zwei Hälften teilt, pro Sekunde transportieren kann.

Charakterisierung (forts.)

Ausfalltoleranz (Redundanz):

Kriterien:

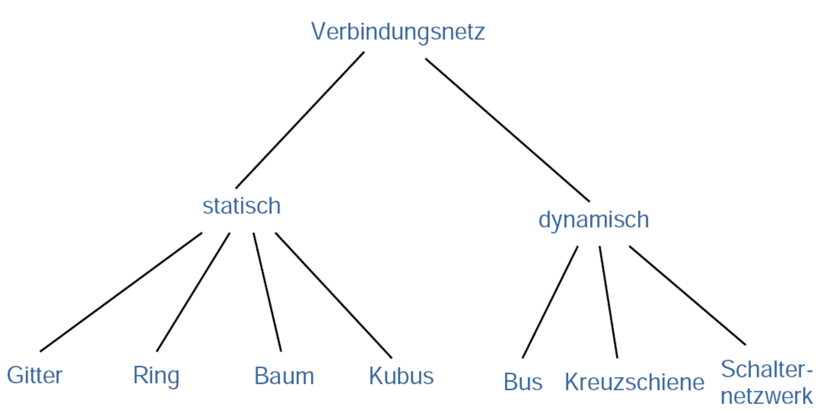
- minimale Bisektionsbreite
- Diskonnektivität
- Wurzelknoten
- Flaschenhals
- Ausweichverbindungen
- ...

Interpretation der Daten:

- Vergleich mit anderen Netzen
- Beachtung von Teilnetzen (z.B. Ring-Würfel-Netzwerk)
- ...

Verbindungsstrukturen

Klassifizierung von Verbindungsnetzen:



Verbindungsstrukturen

Statische Verbindungsstrukturen

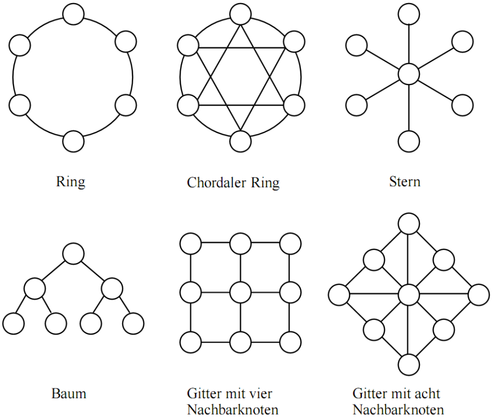
- In statischen Netzen existieren fest installierte Verbindungen zwischen Paaren von Netzknoten
- Steuerung des Verbindungsaufbaus ist Teil der Knoten

Dynamische Verbindungsstrukturen

- Dynamische Netze enthalten eine Komponente „Schaltnetz“, an die alle Knoten über Ein- und Ausgänge angeschlossen sind.
- Direkte, fest installierte Verbindungen zwischen den Knoten existieren nicht.
- Alle notwendigen Steuerungsfunktionen sind im Schaltnetz konzentriert

Statische Verbindungsstrukturen

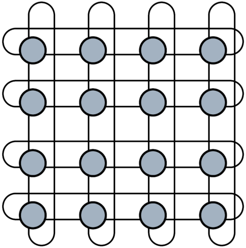
- Kette
- Ring
- Stern
- Baum (event. mit Fat-Tree)
- Chordaler Ring
- Gitter



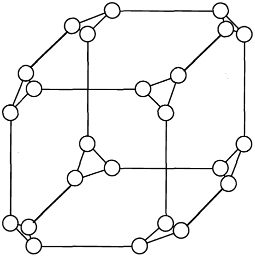
Statische Verbindungsstrukturen

- Torus
- Pyramide
- Würfel
- n-dimensionaler Hyperwürfel
- Ring-Würfel-Netzwerk
  Cube-Connected-Cycle (CCC)

2-dim. Torus

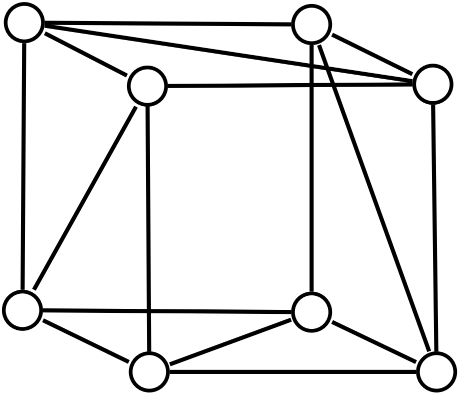


CCC



Aufgabe 2.1

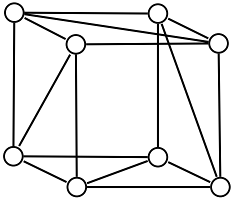
Gegeben sei ein Verbindungsnetzwerk mit der nachfolgend dargestellten Topologie:



Aufgabe 2.1 (forts.)

a) Bestimmen Sie den Verbindungsgrad, den Diameter, die minimale Bisektionsbreite, die Diskonnektivität und die Kosteneffektivität.

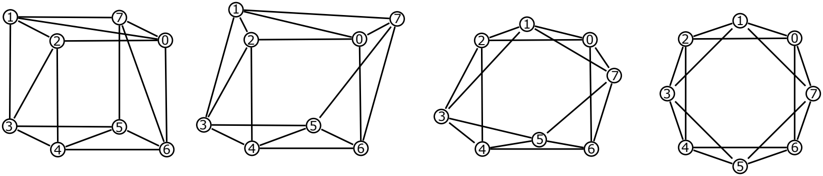
Antwort:



Verbindungsgrad:	4
Durchmesser:	2
min. Bisektionsbreite:	6
Diskonnektivität:	8/6 = 1,33
Kosteneffektivität:	4 * max (2, 4/3) = 8

b) Um welche Art eines Verbindungsnetzwerkes handelt es sich in diesem Fall?

Antwort: Chordaler Ring mit Knotengrad 4



Aufgabe 2.1 (forts.)

c) Liegt Redundanz vor? Wenn ja, wieviele Verbindungsleitungen können ausfallen bevor eine Verbindung zwischen zwei beliebigen Knoten nicht mehr geschalten werden kann?

Antwort: Es liegt Redundanz vor.
Da der Verbindungsgrad jedes Knotens 4 ist und bidirektionale Leitungen verwendet werden, können bis zu drei Leitungen ausfallen und dennoch jeder Knoten von einem anderen erreicht werden.
Allerdings kann beim Ausfall einer Kante der Durchmesser steigen, das heißt es könnten längere Wege notwendig sein.

Aufgabe 2.1 (forts.)

d) Vergleichen Sie diese Netzwerktopologie mit den Topologien (unidirektionaler) Ring, 2D-Gitter, (binärer) Baum und Hyperkubus in den Punkten Verbindungsgrad, Durchmesser, minimale Bisektionsbreite, Diskonnektivität und Kosteneffektivität.

Antwort: N = # Knoten

	Aufgabe 2	Ring	2D-Gitter	Baum	Hyperkubus
Verbindungsgrad	4	2	$2-4$	$1-3$	$\log_2 N$
Durchmesser	$\lfloor\sqrt{N}\rfloor$	$\lfloor N/2\rfloor$	$2\left(\sqrt{N}-1\right)$	$2\left(\lceil\log_2 N\rceil-1\right)$	$\log_2 N$
min. Bisektionsbreite	6	2	$\sqrt{N}$	1	$N/2$
Diskonnektivität	$N/6$	$N/2$	$\sqrt{N}$	N	2
Kosteneffektivität	$4\lfloor\sqrt{N}\rfloor$	N	$8\left(\sqrt{N}-1\right)$	$3N$	$(\log_2 N)^2$

Verbindungsstrukturen

Statische Verbindungsstrukturen

- In statischen Netzen existieren fest installierte Verbindungen zwischen Paaren von Netzknoten
- Steuerung des Verbindungsaufbaus ist Teil der Knoten

Dynamische Verbindungsstrukturen

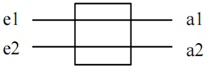
- Dynamische Netze enthalten eine Komponente „Schaltnetz“, an die alle Knoten über Ein- und Ausgänge angeschlossen sind.
- Direkte, fest installierte Verbindungen zwischen den Knoten existieren nicht.
- Alle notwendigen Steuerungsfunktionen sind im Schaltnetz konzentriert

Dynamische Verbindungsstrukturen

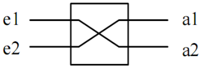
- **Bus**, Mehrfachbus
- **Kreuzschienenverteiler** (Crossbar Switch)
  Alle angeschlossenen Prozessoren und Speicher können paarweise disjunkt gleichzeitig und blockierungsfrei miteinander kommunizieren.

Dynamische Verbindungsstrukturen

- **Bus**, Mehrfachbus
- **Kreuzschienenverteiler** (Crossbar Switch)
  Alle angeschlossenen Prozessoren und Speicher können paarweise disjunkt gleichzeitig und blockierungsfrei miteinander kommunizieren.
- **Schalternetzwerke** aus Zweierschaltern



Durchschalten



Vertauschen

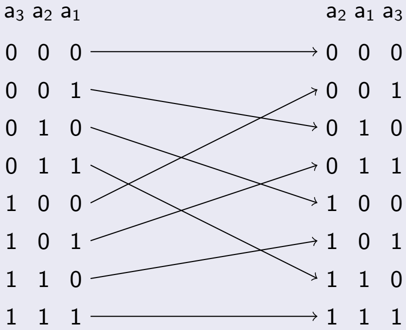
- **Permutationsnetz**
  - Einstufige, mehrstufige Permutationsnetze
  - Reguläre Permutationsnetzwerke:
    p Eingänge, p Ausgänge, k Stufen mit je $p/2$ Zwischenschaltern
  - Irreguläre Permutationsnetzwerke:
    weisen Lücken auf

Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Mischpermutation

Kreisverschiebung der Adreßbits:

$$U(a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1) = (a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_n)$$

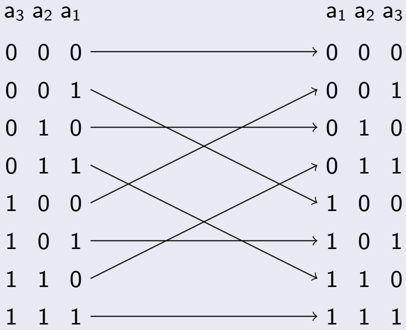


Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Kreuzpermutation

Vertauschen des hochwertigsten mit dem niedrigwertigsten Adreßbit:

$$U(a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1) = (a_1, a_{n-1}, \ldots, a_3, a_2, a_n)$$

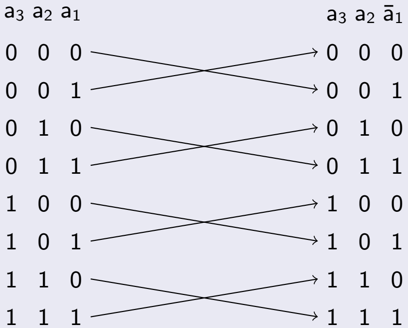


Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Tauschpermutation

Negation des niedrigwertigsten Adreßbit:

$$U(a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1) = (a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, \bar{a}_1)$$



Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Umkehrpermutation

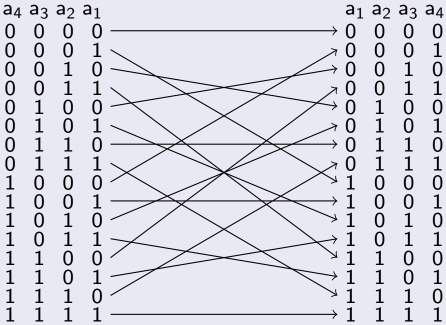
Spiegelung aller Adreßbits um die Mitte der Adreßbitfolge:

$$U(a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1) = (a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n)$$

Für $n = 2$ und $n = 3$ ergibt sich dasselbe Grundmuster wie bei der Kreuzpermutation.

Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Umkehrpermutation



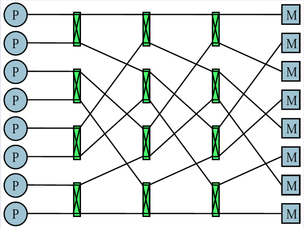
Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Mehrstufige Permutationsnetzwerke:

- jeweils aus einem bestimmten Grundmuster aufgebaut
- oft mit einer der eben vorgestellen Permutationen

Beispiele:

- Omega-Netzwerk
    - Mischpermutation



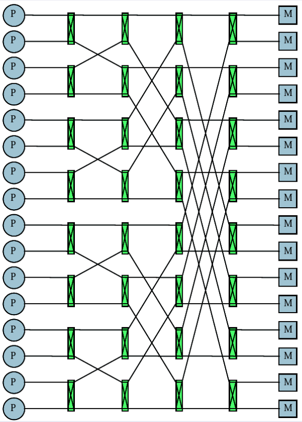
Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Mehrstufige Permutationsnetzwerke:

- jeweils aus einem bestimmten Grundmuster aufgebaut
- oft mit einer der eben vorgestellen Permutationen

Beispiele:

- Omega-Netzwerk
  - Mischpermutation
- Switching-Banyan-Netzwerk
  - Kreuzpermutation



Dynamische Verbindungsstrukturen (forts.)

Mehrstufige Permutationsnetzwerke:

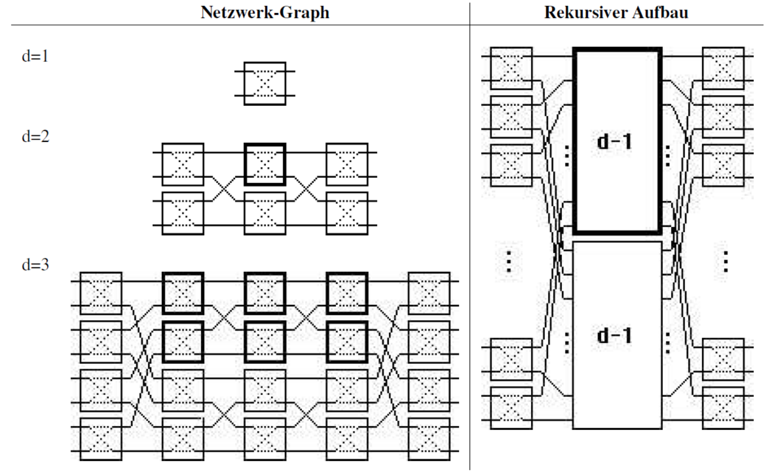
- jeweils aus einem bestimmten Grundmuster aufgebaut
- oft mit einer der eben vorgestellen Permutationen

Beispiele:

- Omega-Netzwerk
  - Mischpermutation
- Switching-Banyan-Netzwerk
  - Kreuzpermutation
- Benes-Netzwerk
  - rekursiver Aufbau

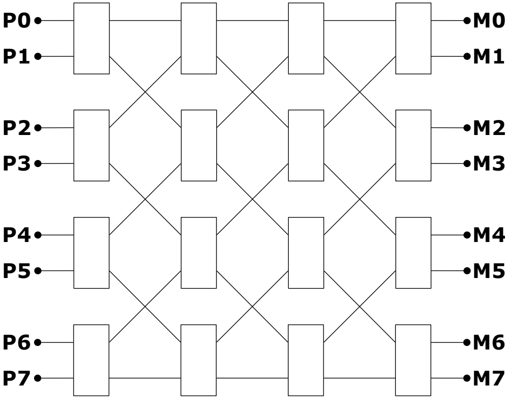
Benes-Netzwerk

- rekursiver Aufbau



Aufgabe 2.2

Gegeben sei ein dynamisches Verbindungsnetzwerk, das 8 Prozessoren (P0 – P7) mit 8 Speichern (M0 – M7) wie folgt verbindet:



Aufgabe 2.2 (forts.)

a) Kann zwischen jedem Prozessor- und Speicherpaar eine Verbindung hergestellt werden?

Antwort: Ja!

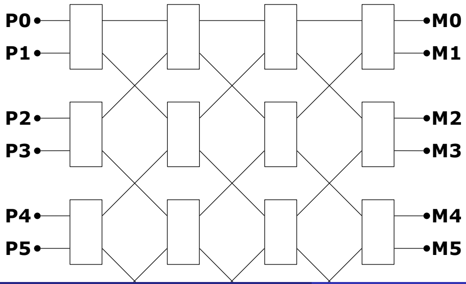
Aufgabe 2.2 (forts.)

a) Kann zwischen jedem Prozessor- und Speicherpaar eine Verbindung hergestellt werden?

Antwort: Ja!

c) Was ist die minimale Verbindungszahl ab der eine Blockierung auftritt? Geben Sie ein Beispiel an.

Antwort Schon bei zwei Verbindungen kann eine Blockierung auftreten: z.B. bei P0 $\rightarrow$ M0 und P1 $\rightarrow$ M1



Aufgabe 2.2 (forts.)

a) Kann zwischen jedem Prozessor- und Speicherpaar eine Verbindung hergestellt werden?

Antwort: Ja!

c) Was ist die minimale Verbindungszahl ab der eine Blockierung auftritt? Geben Sie ein Beispiel an.

Antwort Schon bei zwei Verbindungen kann eine Blockierung auftreten: z.B. bei P0 $\rightarrow$ M0 und P1 $\rightarrow$ M1

d) Ist das Netzwerk redundant? Begründen Sie Ihre Antwort.

Antwort: Nein. Auf der einen Seite gibt es für bestimmte Paare mehre Möglichkeiten (vgl. P2 $\rightarrow$ M4), aber ebenso gibt es Paare, bei denen schon der Ausfall einer Verbindung die Weiterleitung ausschließt (z.B. P0 $\rightarrow$ M6).

Aufgabe 2.2 (forts.)

b) Kann jede Permutation generiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

Antwort Nein. Beweis durch Widerspruch.
Annahme: jede Permutation kann generiert werden.
Gesucht: mindestens eine Permutation, für die die Annahme nicht gilt.

- Bei einer paarweisen Mischpermutation (Kreisverschiebung), hier also Verbindung von P0 und P1 mit M6 bzw. M7 gibt es nur einen möglichen Verbindungsweg, der gleichzeitig für beide Verbindungen benutzt werden müßte
  $\Rightarrow$ Blockierung
  Eine weitere Blockierung tritt z.B. bei Permutationen mit P6 $\rightarrow$ M4 und P7 $\rightarrow$ M5 auf.

Aufgabe 4

Kein Anspruch auf Vollständigkeit, es kann noch weitere Punkte geben!

a) Welche Vorteile bieten Netzwerke auf Basis eines 3D-Torus?

Antwort: konstanter Verbindungsgrad, einfache Erweiterbarkeit, einfaches Routing, hohe Fehlertoleranz,...

Aufgabe 4

Kein Anspruch auf Vollständigkeit, es kann noch weitere Punkte geben!

a) Welche Vorteile bieten Netzwerke auf Basis eines 3D-Torus?

Antwort: konstanter Verbindungsgrad, einfache Erweiterbarkeit, einfaches Routing, hohe Fehlertoleranz,...

b) Welche Vorteile bieten Netzwerke auf Basis eines Fat-Trees?

Antwort: einfacher Aufbau, einfaches Routing, einfaches Adressierungsschema,...

Aufgabe 4

c) Was sind die Vor-/Nachteile des Shared-Memory-Programmiermodells?

Antwort:

- Vorteile: Niedrige Latenzen, hohe Kommunikationsbandbreite, (implizite Kommunikation)
- Nachteile: Skalierbarkeit

Aufgabe 4

c) Was sind die Vor-/Nachteile des Shared-Memory-Programmiermodells?

Antwort:
- Vorteile: Niedrige Latenzen, hohe Kommunikationsbandbreite, (implizite Kommunikation)
- Nachteile: Skalierbarkeit

d) Was sind die Vor-/Nachteile des Massage-Passing-Programmiermodells?

Antwort:
- Vorteile: Skalierbarkeit
- Nachteile: im Vergleich mit Shared-Memory hohe Latenzen, komplexe Programmierung (explizite Kommunikation)

Fragen?